ゲーム理論における均衡選択の問題―進行波を用いたアプローチ―

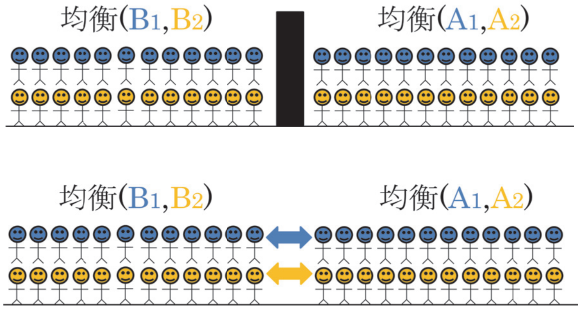
ナッシュ均衡は，ゲームに参加している各プレイヤーが，他のプレイヤーの戦略を所与として，自分の利得が最大となる戦略をとっている状態である．ゲーム理論において，ナッシュ均衡の概念は解概念として重要な役割を果たしてきたが，複数のナッシュ均衡が存在する場合，プレイヤーはどのナッシュ均衡をプレイすべきか？という問題に直面する．例として右のゲームを考えよう．プレイヤー1 は戦略 A_1 と B_1 をもち，プレイヤー2 は戦略 A_2 と B_2 をもつ．可能な戦略の組合せは 4 通りあり，数字の組は，左の数字がプレイヤー1 の利得を，右の数字がプレイヤー2 の利得を表す．このゲームは 2 つの（強）ナッシュ均衡 (A_1,A_2) と (B_1,B_2) をもつ．

		プレイヤー2	
		戦略A2	戦略B2
プレイヤー1	戦略A1	a1,a2	0,0
	戦略B1	0,0	b1,b2

a1,a2,b1,b2>0

このような戦略数 2 の 2 人ゲームに対する均衡選択の重要な概念として，Harsanyi と Selten [2] の危険支配の概念がある．上のゲームの場合，$b_1b_2 > a_1a_2$ のとき，均衡 (B_1,B_2) は均衡 (A_1,A_2) を危険支配するという．危険支配の概念は，2 人のプレイヤーにとってどちらの均衡に従うのがよりリスクが少ないかを考えるために提示された．

これに対して，Hofbauer [3] は進行波を用いたアプローチを提示した．これを説明するために，次の問題を考えよう．障壁によって二つに分けられた地域があり，一方の地域では均衡 (A_1,A_2) が，もう一方の地域では均衡 (B_1,B_2) が実現していると仮定する．今，この障壁が崩壊し，プレイヤーの戦略変更と移動が可能になると仮定する．このとき，どちらの均衡が生き残るだろうか？直感的に，支配的となる均衡は，進行波のような形でもう一方の均衡を追い出すだろう．ここで，進行波とは，形を変えずに一定速度で進行する波のことである．これに倣って次のようにモデルを立てる．**R** 上に分布した，戦略 A_1 と B_1 をもつプレイヤーの集団と，戦略 A_2 と B_2 をもつプレイヤーの集団を考える．$U_1(t,x)$ を，プレイヤーの集団において，時刻 $t \geq 0$，場所 $x \in \mathbf{R}$ でプレイされる戦略 A_1 の相対頻度，$U_2(t,x)$ を，プレイヤーの集団において，時刻 $t \geq 0$，場所 $x \in \mathbf{R}$ でプレイされる戦略 A_2 の相対頻度とする．プレイヤー間の局所的な相互作用は最適反応動学によって述べられると仮定する．最適反応動学は，一部のプレイヤーが現状に対する最適な戦略に移行するという状況をモデル化する（Gilboa と Matsui [1] 参照）．また，プレイヤーの移動は拡散によってモデル化されると仮定する．このとき，$U_1(t,x)$，$U_2(t,x)$ は次の反応拡散方程式系を満たす：

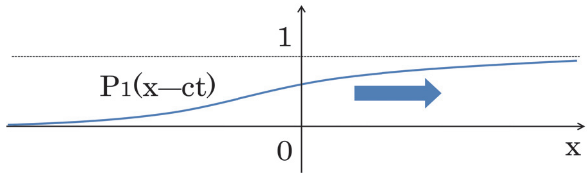


$$\frac{\partial U_1}{\partial t}-\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2}+U_1\in H\left(U_2(t,x)-\frac{a_1}{a_1+b_1}\right),\qquad t>0,\qquad x\in\mathbf{R},$$
$$\frac{\partial U_2}{\partial t}-\frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2}+U_2\in H\left(U_1(t,x)-\frac{a_2}{a_2+b_2}\right),\qquad t>0,\qquad x\in\mathbf{R}.$$

ここで,

$$H(U)=\begin{cases}1, & U>0,\\ [0,1], & U=0,\\ 0, & U<0.\end{cases}$$

均衡(A_1,A_2)は$(U_1,U_2)=(1,1)$と,均衡(B_1,B_2)は$(U_1,U_2)=(0,0)$と同一視できることに注意し,これら 2 つの均衡を結ぶ進行波解$(U_1(t,x),U_2(t,x))=(P_1(x-ct),P_2(x-ct))$,$(P_1(x),P_2(x))\to(1,1)$ $(x\to\infty)$,$(P_1(x),P_2(x))\to(0,0)$ $(x\to-\infty)$を考える.$c>0$ならば$(P_1(x-ct),P_2(x-ct))\to(0,0)$ $(t\to\infty)$



であり,これは,進行波解に沿って,均衡(B_1,B_2)が均衡(A_1,A_2)を追い出すということを意味する.Hofbauer [3] は,2 つの(強)ナッシュ均衡を持つ戦略数 2 の 2 人ゲームに対して,進行波による均衡選択の基準と危険支配のそれとが一致することを証明した.全く異なる均衡選択アプローチによる結果が一致するのは非常に興味深い.

進行波を用いたアプローチは,Hofbauer [4] において,空間支配の概念によって拡張され,現在,より一般のゲームに対する空間支配による均衡選択の基準が研究されている.

参考文献

[1] I. Gilboa and A. Matsui, Social stability and equilibrium, Econometrica, 59 (1991), 859–867.

[2] J. C. Harsanyi and R. Selten, A general theory of equilibrium selection in games, MIT Press, Cambridge, MA, 1988.

[3] J. Hofbauer, Equilibrium selection via travelling waves, in Game theory, experience, rationality (eds. W. Leinfellner and E. Köhler), Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1998) pp. 245–259.

[4] J. Hofbauer, The spatially dominant equilibrium of a game, Ann. Oper. Res., 89 (1999), 233–251.

(数学科　出口英生)