

## ボードゲーム HEX(ヘックス)

HEX\*とは図1のように六角形を敷き詰めた盤を使った2人対戦のボードゲームです。ルールは簡単で、まず先手と後手を決めます。次に先手から交互に六角形に色を塗っていきます。どこから塗っていてもかまいません。これを繰り返して図1の赤のプレイヤーのように対辺へつなげる連鎖を作ることができれば勝ちです。

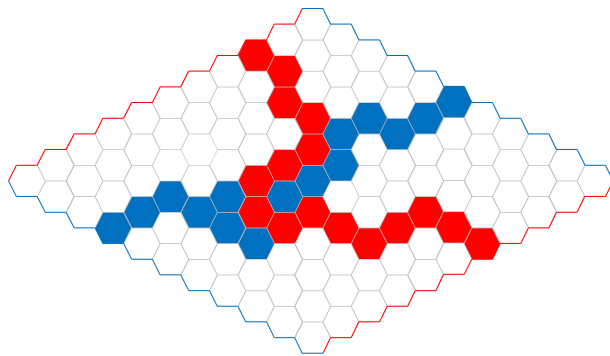


図1: HEX 11 × 11

図1からわかるように相手が連鎖を作るのを封じるためには自分が連鎖をつくらなくてははいけないのでHEXには引き分けがありません。そして、HEXでは先手に必勝法があることが知られています。1949年にナッシュによって背理法で証明されました。驚くことに、先手に必勝戦略があることが、どのようにプレイすれば勝てるのかといった具体的な手法に触れることなく示されてしまいます。これはとても興味深いです。

では具体的な必勝戦略はどうなるのかを3×3の場合で考えてみましょう。先手を赤、後手を青として、赤が最初の手で中央の六角形を塗ったとします。すると図2のような状況になります。

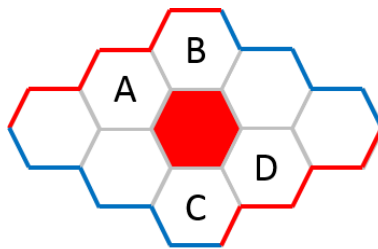


図2: HEX 3 × 3

赤は自分の3手目で確実に勝つことができます。例えば、青が図2のAを塗ってきたなら赤は次の手でBを塗れば最初に塗った真ん中とつなげることができます。同様に、次に青がCに塗ってきたなら、赤が次の手でDを塗れば連鎖が完成して勝利することができます。このように盤が3×3の場合は簡単に必勝戦略の手順がわかります。

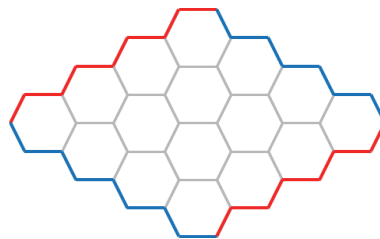
\* HEXはトビックスの本文ではナッシュが考案したと説明しましたが、ナッシュが考案するよりも6年ほど前の1942年にデンマークのピート・ハインによって発明されていました。しかし、ナッシュはこのことを知っていたわけではなく、ハインとは独立に発明しました。

盤が  $4 \times 4$  の場合はどうでしょうか？  $4 \times 4$  になると少し複雑になりますが、まだ考えることはできます。盤が大きくなると塗り方も多くなり、人間の手で（コンピュータでも）必勝戦略を見つけるのはとても困難になります。（戦略については [2] を参照）

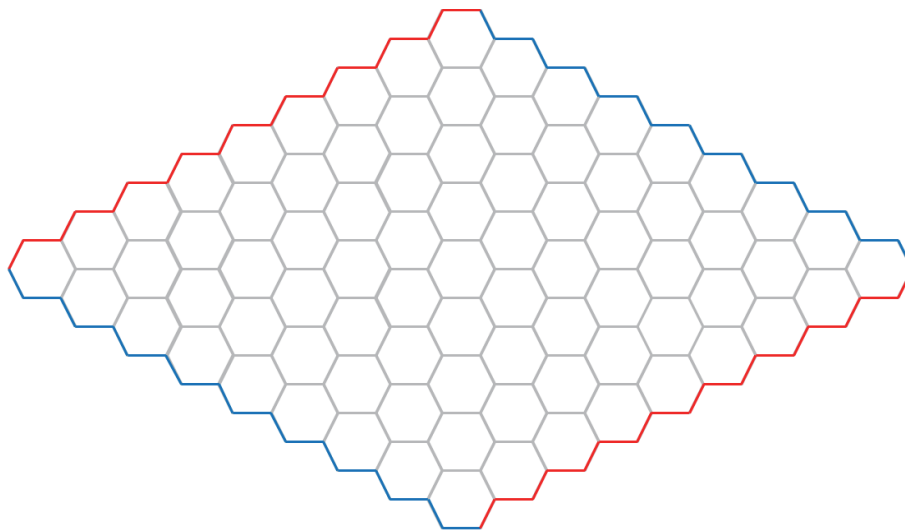
HEX の盤を下に何パターンか付けておきますので、ぜひ必勝戦略を考えながら遊んでみてください。

## 参考文献

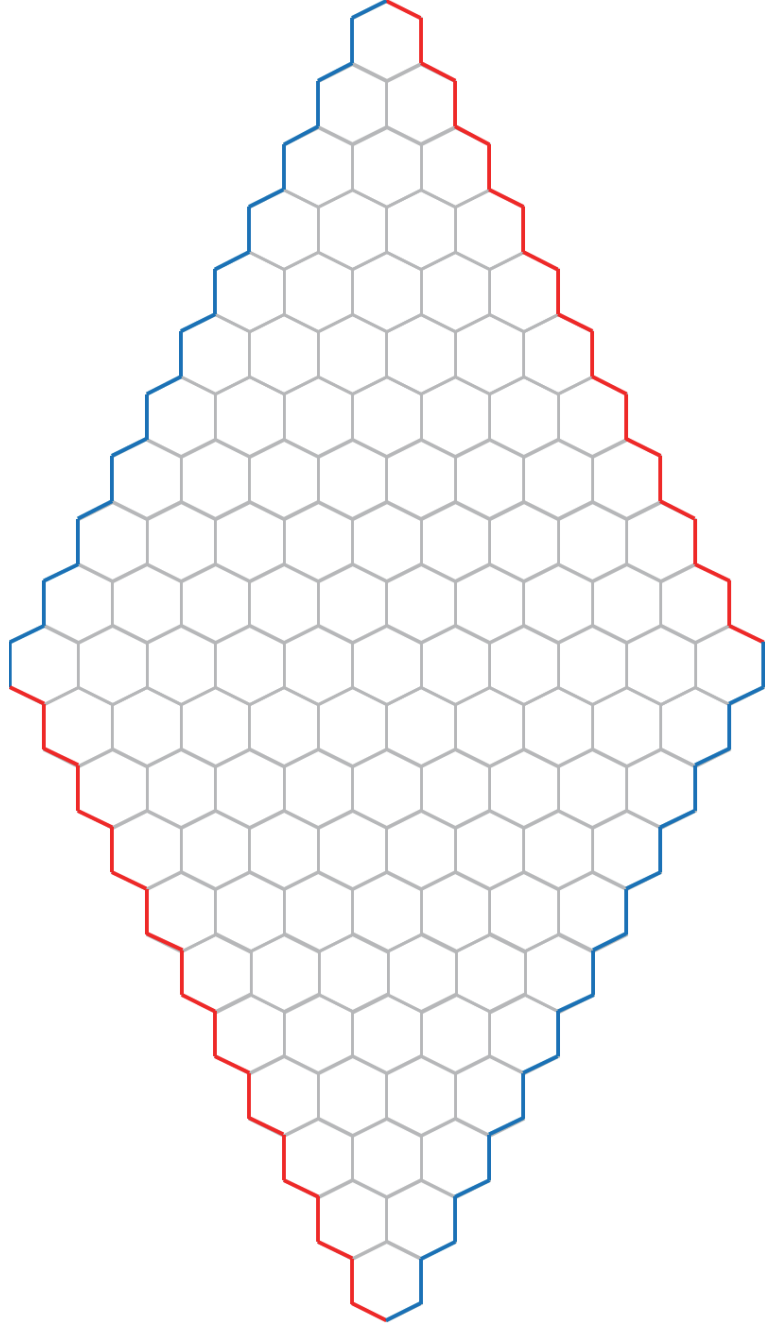
- [1] マーティン・ガードナー（2015）『ガードナーの数学パズル・ゲーム』（岩沢宏和訳）pp.116-131 日本評論社.
- [2] Cameron Browne（2000）『Hex Strategy: Making the Right Connections』A K Peters/CRC Press.



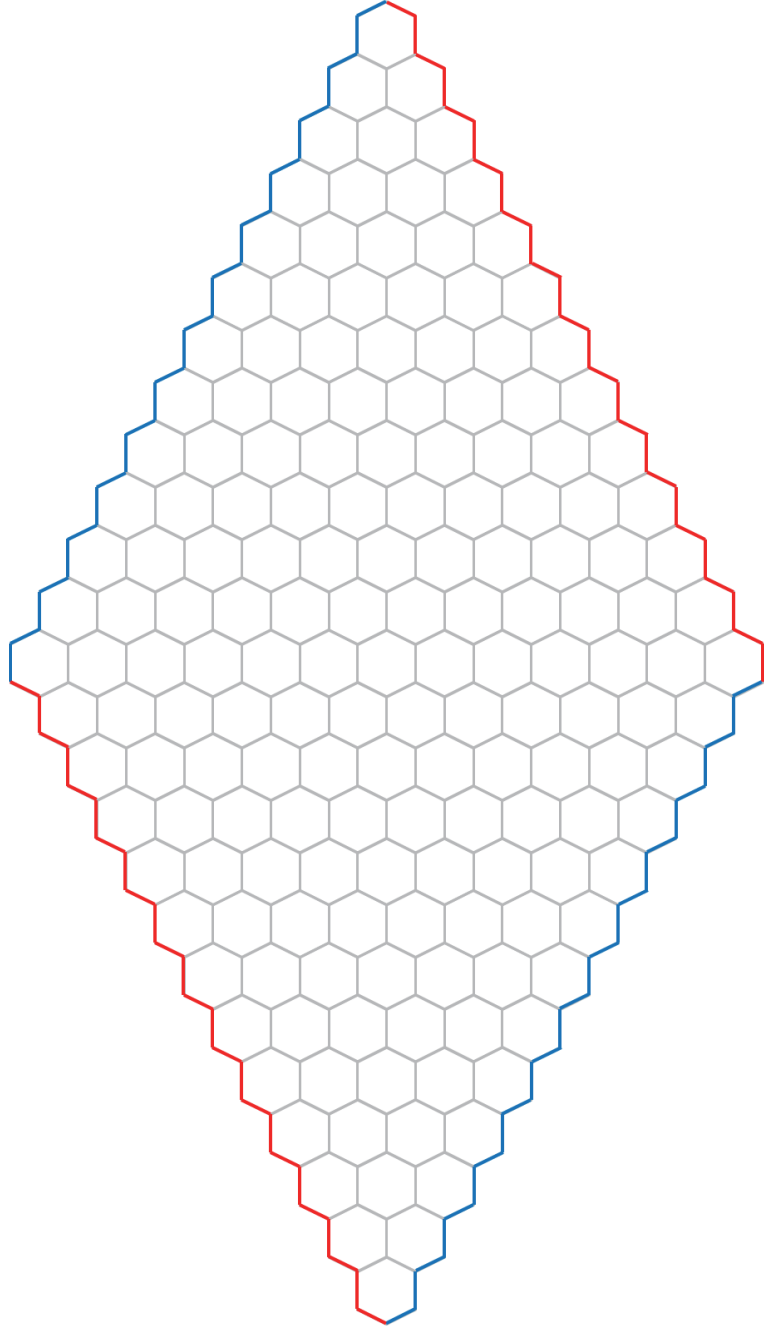
HEX  $4 \times 4$



HEX  $9 \times 9$



HEX  $11 \times 11$



HEX  $13 \times 13$