

折り紙作図の公理

次の公理系は折り紙で可能な作図操作をまとめたもので、現在よく使用されているものです。

- A1. 与えられた2点を通る線で折る.
- A2. 与えられた2点を重ねるように折る.
- A3. 与えられた2直線を重ねるように折る.
- A4. 与えられた1点 p と直線 l について,
 p を通り l に垂直な直線を折る.
- A5. 与えられた2点 p_1, p_2 と直線 l について,
 p_2 を固定し p_1 を l 上に重ねるように折る.
- A6. 与えられた2点 p_1, p_2 と2直線 l_1, l_2 について,
 p_1 を l_1 上に, p_2 を l_2 上に重ねるように折る.
- A7. 与えられた点 p と2直線 l_1, l_2 について,
 p を l_1 上に重ねて, l_2 の垂線を折る.

※公理 A5 については焦点 p_1 と準線 l から決まる放物線に点 p_2 から接線を引くことと同値です。この操作を利用すれば一つの放物線の包絡線を次頁の補足図のように近似的に構成することができます。

※公理 A6 以外の操作は定規とコンパスで作図することと互換性のある操作です。公理 A1~A5 と A7 の操作でつくれる線は定規とコンパスで作図可能であり、逆に定規とコンパスの作図で求められる直線や点は公理 A6 以外の操作から得ることができます。

※公理 A6 については焦点 p_1 と準線 l_1 から決まる放物線と焦点 p_2 と準線 l_2 から決まる放物線の共通接線をつくることと同値であり、この操作だけは折り紙固有の操作で、定規とコンパスではできないことを示すことができます。

補足： 焦点 O , 準線 l から決定される放物線の包絡線

直線 l 上の点 (\cdot) を固定して点 O を直線 l 上に重ねるように折ることは、
焦点 O , 準線 l から決定される放物線に点 (\cdot) から接線を折ることと同値です
(公理 A5 と同値な解釈より).

同様に各点 (\cdot) に対して繰り返し、折り線をつけていくと次のように放物線の包絡線を近似的に描くことができます.

